



## Talfølger

En talfølge er en række af tal hvor det første tal nummereres med tallet 1, det næste med 2, osv.

$$\text{Talfølge: } \frac{2}{1} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{10}{3} \quad \frac{17}{4} \quad \frac{26}{5} \quad \frac{37}{6} \quad \frac{50}{7} \quad \dots$$

Der behøver ikke være noget system i en talfølge, men du skal nu undersøge talfølger hvor tal nummer  $n$  kan beskrives ved et regneudtryk med  $n$ . Når man vil undersøge en talfølge, er det ofte en god idé at undersøge den afledte følge, dvs. den følge af tal der viser hvor meget følgen vokser fra tal til tal. Eller måske ligefrem den afledte talfølges afledte talfølge, også kaldet den dobbelt afledte talfølge:

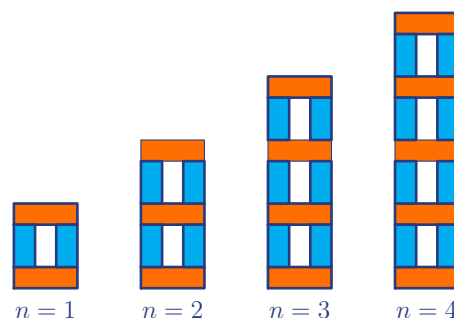
$$\text{Talfølge: } \frac{2}{1} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{10}{3} \quad \frac{17}{4} \quad \frac{26}{5} \quad \frac{37}{6} \quad \frac{50}{7} \quad \dots \quad \frac{n^2 + 1}{n}$$

$$\text{Den afledte talfølge: } \frac{3}{1} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{7}{3} \quad \frac{9}{4} \quad \frac{11}{5} \quad \frac{13}{6} \quad \dots \quad \frac{2n + 1}{n}$$

$$\text{Den dobbelt afledte talfølge: } \frac{2}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \dots \quad \frac{2}{n}$$

Da tal nummer 2 i følgen er 3 større end tal nummer 1, er første tal i den afledte følge 3. Da tal nummer 3 i følgen er 5 større end tal nummer 2, er andet tal i den afledte følge 5, osv. Længst til højre ses regneudtryk for det  $n$ 'te tal i hver følge.

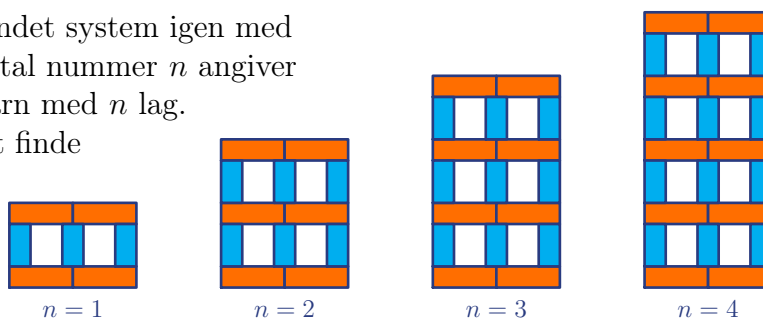
- På figuren er vist tårne bygget efter samme system af blå og orange klodser. Lav en talfølge hvor tal nummer  $n$  angiver hvor mange klodser der skal bruges til et tårn med  $n$  lag. Bestem også den afledte talfølge, og prøv at finde et regneudtryk for tal nummer  $n$ .



$$\text{Talfølge: } \frac{4}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \frac{\quad}{7} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$$

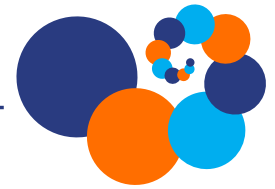
$$\text{Den afledte talfølge: } \frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$$

- På figuren er vist tårne bygget efter et andet system igen med blå og orange klodser. Lav en talfølge hvor tal nummer  $n$  angiver hvor mange klodser der skal bruges til et tårn med  $n$  lag. Bestem også den afledte talfølge, og prøv at finde et regneudtryk for tal nummer  $n$ .



$$\text{Talfølge: } \frac{7}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \frac{\quad}{7} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$$

$$\text{Den afledte talfølge: } \frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$$



Talfølger hvor den afledte følge er konstant, kaldes lineære.

- De tre nedenstående talfølger er lineære. Find de næste tal i følgen, og find et regneudtryk for tal nummer  $n$ .

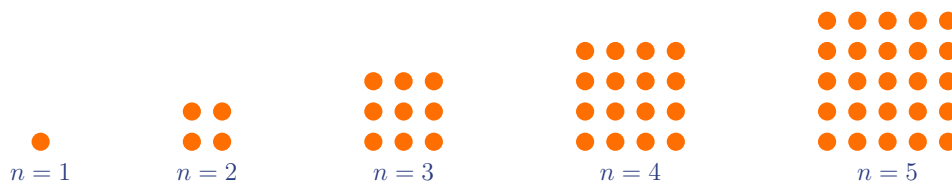
Talfølge:  $\frac{-7}{1} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{13}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \frac{\quad}{7} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$

Talfølge:  $\frac{101}{1} \quad \frac{99}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \frac{\quad}{7} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$

Talfølge:  $\frac{-10}{1} \quad \frac{-14}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \frac{\quad}{7} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$

Nu skal vi se på talfølger hvor den afledte er en lineær talfølge, og her er det meget sværere at finde et regneudtryk for tal nummer  $n$ .

- På figuren er følgen af kvadrattallene illustreret ved prikker, så tal nummer  $n$  er antallet af prikker på figur nummer  $n$ . Bestem talfølgen, den afledte talfølge og den dobbeltafledte talfølge, og prøv at finde et regneudtryk for tal nummer  $n$  i hver af dem.

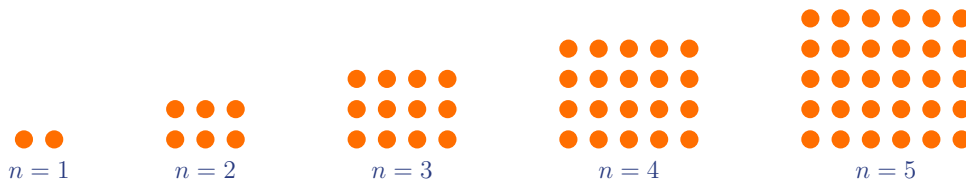


Talfølge:  $\frac{1}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \frac{\quad}{7} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$

Den afledte talfølge:  $\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$

Den dobbelt afledte talfølge:  $\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$

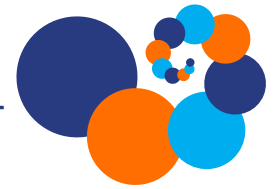
- På figuren er talfølgen illustreret ved prikker, så tal nummer  $n$  er antallet af prikker på figur nummer  $n$ . Bestem talfølgen, den afledte talfølge og den dobbeltafledte talfølge, og prøv at finde et regneudtryk for tal nummer  $n$  i hver af dem.



Talfølge:  $\frac{2}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \frac{\quad}{7} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$

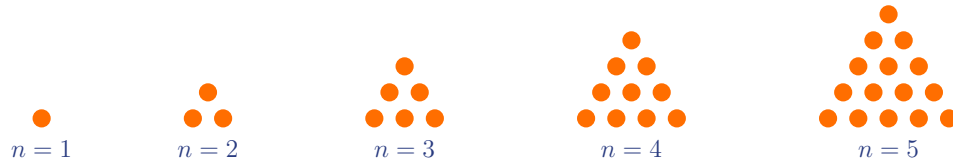
Den afledte talfølge:  $\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \frac{\quad}{6} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$

Den dobbelt afledte talfølge:  $\frac{\quad}{1} \quad \frac{\quad}{2} \quad \frac{\quad}{3} \quad \frac{\quad}{4} \quad \frac{\quad}{5} \quad \dots \quad \frac{\quad}{n}$



●●● På figuren er talfølgen af trekantstal illustreret ved prikker, så tal nummer  $n$  er antallet af prikker på figur nummer  $n$ . Bestem talfølgen, den afledte talfølge og den dobbeltafledte talfølge, og prøv at finde et regneudtryk for tal nummer  $n$  i hver af dem.

*Hint:* Hvis det er svært at finde et regneudtryk, så se om forrige opgave kan give inspiration.



Talfølge:  $1$   
 $\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{7}{7} \quad \dots \quad \frac{n}{n}$

Den afledte talfølge:  
 $\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{6}{6} \quad \dots \quad \frac{n}{n}$

Den dobbelt afledte talfølge:  
 $\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \dots \quad \frac{n}{n}$

●●● I de tre talfølger nedenfor er nogle af talene i følgen, den afledte følge og den dobbeltafledte følge angivet. Udfyld resten for hver talfølge.

*Hint:* Hvis det er svært at finde et regneudtryk, kan du igen hente inspiration i de forrige følger.

Talfølge:  $3$   
 $\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{7}{7} \quad \dots \quad \frac{n}{n}$

Den afledte talfølge:  $4$   
 $\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{6}{6} \quad \dots \quad \frac{n}{n}$

Den dobbelt afledte talfølge:  $\frac{2}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \dots \quad \frac{2}{n}$

Talfølge:  $4$   
 $\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{7}{7} \quad \dots \quad \frac{n}{n}$

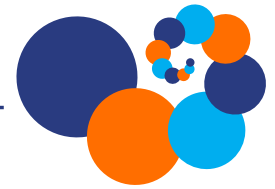
Den afledte talfølge:  $8$   
 $\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{6}{6} \quad \dots \quad \frac{n}{n}$

Den dobbelt afledte talfølge:  $\frac{4}{1} \quad \frac{4}{2} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{4}{5} \quad \dots \quad \frac{4}{n}$

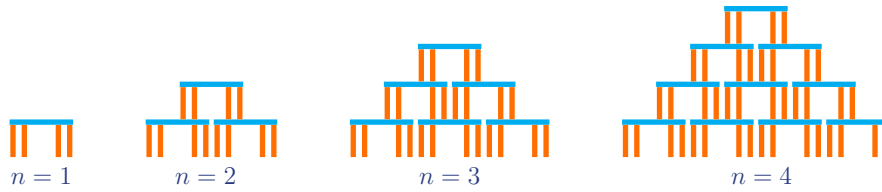
Talfølge:  $0$   
 $\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{6}{6} \quad \frac{7}{7} \quad \dots \quad \frac{n}{n}$

Den afledte talfølge:  $4$   
 $\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{6}{6} \quad \dots \quad \frac{n}{n}$

Den dobbelt afledte talfølge:  $\frac{4}{1} \quad \frac{4}{2} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{4}{4} \quad \frac{4}{5} \quad \dots \quad \frac{4}{n}$



●●● På figuren er en talfølge illustreret, så tal nummer  $n$  er antallet af klodser i et tårn med  $n$  lag. Bestem talfølgen, den afledte talfølge og den dobbeltafledte talfølge, og prøv at finde et regneudtryk for tal nummer  $n$  i hver af dem.

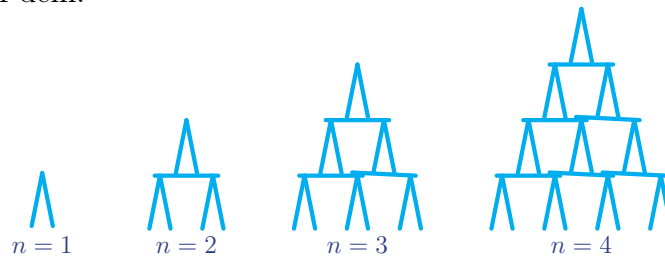


Talfølge:  $3$   $15$   $33$   $63$   $\dots$   $n$

Den afledte talfølge:  $1$   $2$   $3$   $4$   $5$   $6$   $\dots$   $n$

Den dobbelt afledte talfølge:  $1$   $2$   $3$   $4$   $5$   $\dots$   $n$

●●● På figuren er en talfølge illustreret, så tal nummer  $n$  er antallet af kort i korthuset med  $n$  lag. Bestem talfølgen, den afledte talfølge og den dobbeltafledte talfølge, og prøv at finde et regneudtryk for tal nummer  $n$  i hver af dem.

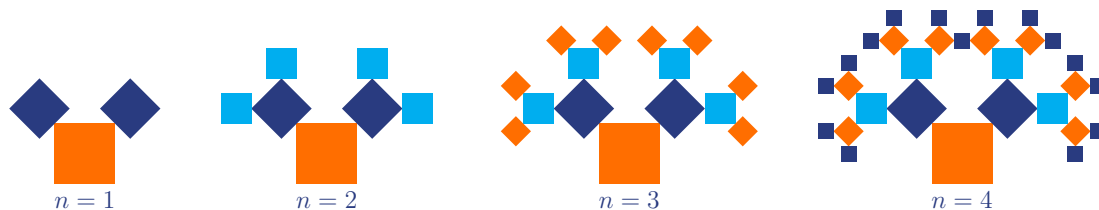


Talfølge:  $2$   $7$   $13$   $20$   $\dots$   $n$

Den afledte talfølge:  $1$   $2$   $3$   $4$   $5$   $6$   $\dots$   $n$

Den dobbelt afledte talfølge:  $1$   $2$   $3$   $4$   $5$   $\dots$   $n$

●●● På figuren er en talfølge illustreret, så tal nummer  $n$  er antallet kvadrater i træ nummer  $n$ . Et træ nummer 2 består af et stort kvadrat, dette store kvadrat gror to nye mindre kvadrater, som hver gror to nye mindre kvadrater. Sådan er hvert træ opbygget. Bemærk at der i træ nummer 4 er to små kvadrater der overlapper, så det midterste lille blå kvadrat faktisk er to og tæller med to gange.



Denne talfølge er helt anderledes end de foregående fordi hverken den afledte eller den dobbeltafledte følge er konstant. Kan du finde et regneudtryk for tal nummer  $n$ ? Hvis du bliver ved med at finde den afledte følge af den afledte følge osv., får du så på et tidspunkt en konstant følge?

Talfølge:  $3$   $7$   $13$   $20$   $\dots$   $n$