



Mandatfordeling

Når man ved et valg skal fordele mandater til fx partier i et parlament, er der mange kriterier for retfærdighed man ønsker at de skal opfylde. Selv om man kun stiller forholdsvis få grundlæggende krav, viser det sig at være umuligt at finde en metode der opfylder dem alle. Derfor findes der flere metoder der hver især opfylder forskellige kriterier. Inden vi her introducerer metoderne, skal du selv overveje hvordan du synes en retfærdig fordeling ser ud ved at betragte nogle simple eksempler.

● I hvert eksempel står der hvor mange stemmer hvert parti har fået, og hvor mange mandater der skal fordeles. Bestem for hvert eksempel hvordan du synes mandaterne skal fordeles. I søjlen *Udregninger* kan du evt. lave udregninger som danner grundlag for din fordeling.

Hvad er retfærdigt?



Eksempel 1a: Fordel 4 mandater

Parti	Stemmer	Udregninger	Mandater
A	300		
B	150		
C	150		

Eksempel 1b: Fordel 5 mandater

Parti	Stemmer	Udregninger	Mandater
A	300		
B	150		
C	150		

Eksempel 2a: Fordel 4 mandater

Parti	Stemmer	Udregninger	Mandater
A	335		
B	200		
C	65		

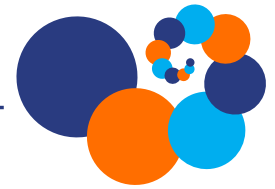
Eksempel 3: Fordel 4 mandater

Parti	Stemmer	Udregninger	Mandater
A	195		
B	195		
C	70		

●●● Overvej hvordan du mener man skal fordele mandater så det bliver mest retfærdigt. Prøv at beskrive denne metode generelt, dvs. angiv en procedure til at fordele mandater ud fra et givet stemmetal for nogle partier. Husk at alt skal kunne beregnes ud fra stemmetallene og antal mandater.

● Brug din metode på eksemplerne ovenfor og på eksempel 2 hvor der i stedet er **5 mandater**.

●● Er din procedure for beregning af mandater så præcis at en anden ville kunne følge den? Og er den retfærdig? Hvis ikke, så lav en ny.



Største brøks metode og paradokser

I dette afsnit introduceres Største brøks metode til at fordele mandater og nogle af de paradokser som opstår ved denne mandatfordeling.

Først nogle grundlæggende betegnelser og begreber:

Det samlede stemmetal S . Det samlede stemmetal betegnes S .

I eksempel 1a er $S = 300 + 150 + 150 = 600$.

Det samlede mandattal M . Det samlede antal mandater der skal uddeles, betegnes M .

Mandatprisen p . Mandatprisen p er det antal stemmer et mandat så at sige koster, dvs. at $p = \frac{S}{M}$.

I eksempel 1a er $S = 600$ og $M = 4$, og derfor er mandatprisen $p = \frac{600}{4} = 150$.

Hvis vi i stedet uddeler 5 mandater, bliver det enkelte mandat billigere: $p = \frac{600}{5} = 120$.

Et partis stemmetal s . Et partis stemmetal kaldes s .

Hvis vi ønsker at angive stemmetal for forskellige partier, kan vi fx i eksempel 1a skrive $s_A = 300$, $s_B = 150$ og $s_C = 150$.

Et partis mandattal m . Et partis mandattal kaldes m .

Hvis vi ønsker at angive antal mandater for forskellige partier, kan vi fx i eksempel 1a hvor vi uddeler 4 mandater, skrive $m_A = 2$, $m_B = 1$ og $m_C = 1$.

Et partis kvota k . Et partis kvota k er den andel af mandaterne som deres stemmetal svarer til, dvs. $k = \frac{s}{p}$.

I eksempel 1a er $p = 150$, og derfor er kvota for parti A lig med $k_A = \frac{s_A}{p} = \frac{300}{150} = 2$.

Derfor har parti A råd til at købe præcis 2 mandater.

I eksempel 1b er $p = 120$, og derfor er kvota for parti A her lig med $k_A = \frac{s_A}{p} = \frac{300}{120} = 2,5$, dvs. de har råd til at købe 2 hele mandater og et halvt, men man kan ikke få halve mandater!

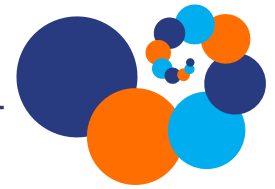
Største brøks metode

I Største brøks metode uddeler man mandater efter partiernes kvota. Først uddeler man mandater svarende til heltalsdelen af kvota for hvert parti. I eksempel 2a nedenfor hvor 4 mandater skal fordeles, giver man altså først 2 mandater til parti A , 1 mandat til parti B og 0 mandater til parti C da det er heltalsdelen af deres kvota. Partierne får altså i første omgang så mange hele mandater de har råd til at købe med en mandatpris på 150 stemmer.

Nu er der uddelt 3 mandater, og der mangler derfor at blive uddelt 1 mandat. Det gives til det parti med den største rest af kvota da det er dette parti der så at sige er tættest på et mandat mere. I dette tilfælde er det parti C . Hvis vi havde haft flere mandater til overs, var vi fortsat på denne måde, dvs. at B skulle have haft det næste. Ved Største brøks metode bliver fordelingen af mandater til A , B og C derfor 2, 1 og 1.

Eksempel 2a: Fordeling af 4 mandater

Parti	s	k	heltalsdel af k	rest af k	m
A	335	2,23	2	0,23	2
B	200	1,33	1	0,33	1
C	65	0,43	0	0,43	1



- Fordel mandater med Største brøks metode i hvert af følgende eksempler

Eksempel 2b: Fordeling af 5 mandater

Parti	s	k	heltalsdel af k	rest af k	m
A	335				
B	200				
C	65				

Eksempel 3: Fordeling af 4 mandater

Parti	s	k	heltalsdel af k	rest af k	m
A	195				
B	195				
C	70				

Retfærdighed og paradokser

Største brøks metode fordeler mandaterne så hvert parti får stort set samme andel af mandaterne som deres stemmetal udgør af det samlede antal stemmer. De fleste synes at det lyder meget retfærdigt, men er det retfærdigt? I mange valgsystemer verden over bruges der andre metoder end Største brøks metode, og selv i det danske valgssystem til fx Folketinget som primært bygger på Største brøks metode, bruges der også andre fordelingsmetoder.

- Ved et valg får de tre parter A, B og C henholdsvis 335, 200 og 65 stemmer, og der uddeles 4 mandater med største brøks metode så de får henholdsvis 2, 1 og 1 mandater.

Et år senere er der valg igen, og efterhånden som valgaften skrider frem, er der jubel hos parti C. De får nemlig denne gang 70 stemmer på trods af at der denne gang har været færre ved valgurnerne. Hos parti A er stemningen trykket da de går fra 335 stemmer til 195 stemmer. Parti B går fra 200 til 195 stemmer.

	Eksempel 2a		Eksempel 3	
Parti	s	m	s	m
A	335	2	195	2
B	200	1	195	2
C	65	1	70	0

Men hov! Når mandaterne fordeles, skifter stemningen brat til parti C's valgfest. De får denne gang slet ingen mandater! Hos parti A derimod ryger champagnepropperne. Dette paradoks kaldes **monotoniparadokset**. Her kan et parti der går frem, ende med at miste mandater.

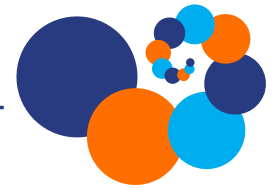
Kan du forklare hvordan det kan ske? Det er ekstremt svært at forklare præcist matematisk, men prøv at se på hvad der sker med kvota og især med den del der står efter kommaet, og se om du kan forstå hvad der sker i dette konkrete tilfælde.

- Ved et valg får A, B og C henholdsvis 335, 200 og 65 stemmer. Der uddeles 4 mandater med største brøks metode så de får henholdsvis 2, 1 og 1 mandater.

De beslutter nu at 4 mandater er for lidt, og at der i stedet skal uddeles 5 mandater. Men efter at den nye mandatfordeling er udregnet, føler parti C sig frygtelig snydt. Pludselig mister de deres mandat selvom der samlet er uddelt flere! Dette paradoks kaldes **Alabamaparadokset**.

	Eksempel 2a		Eksempel 2b	
Parti	s	m	s	m
A	335	2	335	3
B	200	1	200	2
C	65	1	65	0

Kan du forklare hvordan det kan ske? Det er igen ekstremt svært at forklare præcist matematisk, men prøv at forklare hvad der sker i lige præcis dette tilfælde. Igen er det en god idé at se på hvordan kvota ændres.



Alabamaparadokset handler om at et parti kan miste mandater hvis man forhøjer antallet af mandater selvom stemmetallene er uændrede. Det kaldes et paradoks da det umiddelbart lyder mærkeligt og strider mod vores retfærdighedssans.

Pladserne i Repræsentanternes Hus i USA fordeles til de enkelte stater ud fra deres befolkningstal. I årene 1852-1891 blev pladserne fordelt vha. Største brøks metode. Efter en folketælling i 1880 opdagede man at hvis man ændrede antallet af pladser i Repræsentanternes hus fra 299 til 300, ville Alabama gå fra 8 til kun 7 pladser i Repræsentanternes Hus. Derfor kaldes dette paradoks for Alabamaparadokset.

Divisormetoder

For at undgå Monotoni- og Alabamaparadokset har man opfundet nogle mandatfordelingsmetoder der kaldes divisormetoder. Her ser vi på divisormetoden d'Hondts metode som bl.a. bruges til det danske kommunalvalg. Til det danske folketingsvalg bruges flere andre divisormetoder.

d'Hondts metode

For at benytte d'Hondts metode til at uddele mandater skal man først skrive partierne op i en tabel med deres stemmetal. Derefter skriver man stemmetallene divideret med henholdsvis 1, 2, 3, 4, ...

Eksempel 2: d'Hondts metode

Parti	s	1	2	3	4	5	6	7
A	335	335 1	168 3	112 4	84 6	67 7	56 10	48
B	200	200 2	100 5	66,7 8	50	40	33	29
C	65	65 9	33	22	16	13	11	9

Første mandat uddeles til partiet med det største tal i tabellen. Her parti A med 335. Dette er markeret med **1** i tabellen. Næste mandat uddeles til partiet med det næststørste tal i tabellen. Det er her parti B med tallet 200. Dette er markeret med **2** i tabellen. Sådan fortsættes så mandat nummer **3** og **4** uddeles til parti A , nummer **5** til B , nummer **6** og **7** til A , nummer **8** til B , nummer **9** til C , osv. alt efter hvor mange mandater der skal uddeles.

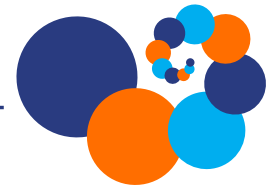
Hvis vi uddeler 10 mandater, får parti A , B og C henholdsvis 6, 3 og 1 mandater. Hvis vi kun uddeler 4 mandater, får parti A , B og C henholdsvis 3, 1 og 0 mandater.

●●● Undersøg d'Hondts metode sammenlignet med Største brøks metode:

- Udregn mandatfordelingen med d'Hondts metode ved forskellige eksempler. Brug de tidligere eksempler, men lav også dine egne.
- Hvorfor kan Alabamaparadokset ikke forekomme ved d'Hondts metode?
- Sammenlign med fordelingen ved Største brøks metode.
- Undersøg hvilken af de to metoder der favoriserer store partier.

Hvis du vil vide mere ...

Læs mere om mandatfordeling på Erik Vestergaards matematiksider på internettet. Her kan du blive klogere på Største brøks metode, d'Hondts metode og Alabama paradokset. Hvis du læser om *Geometrisk præsentation*, får du en geometrisk illustration af hvorfor Alabamaparadokset kan forekomme ved Største brøks metode, men det er udfordrende at forstå!



First Past The Post

I Storbritanien og USA fungerer valgsystemerne helt anderledes end fx i Danmark. Nu skal vi se på valgsystemet i Storbritanien.

Det britiske parlamentsvalg 2019

I det britiske underhus (House of Commons) er der 650 plader som fordeles med metoden First Past the Post. Inden vi forklarer hvordan metoden fungerer, ser vi på resultatet af parlamentsvalget i Storbritanien i 2019.

● Tabellen viser stemmetal i procent, antallet af mandater m og mandattal i procent. Se godt på resultatet. Er der noget der undrer dig?

Parti	s i %	m	m i %
Conservative Party	43,6%	365	56,2%
Labour	32,2%	203	31,2%
Scottish National Party	3,9%	48	7,4%
Liberal Democrats	11,5%	11	1,7%
Democratic Unionist Party	0,8%	8	1,2%
Sinn Féin	0,6%	7	1,1%
Plaid Cymru	0,5%	4	0,6%
Social Democratic & Labour Party	0,4%	2	0,3%
Green	2,7%	1	0,2%
Alliance Party	0,4%	1	0,2%
The Brexit Parti	2,0%	0	0,0%
Others	1,4%	0	0,0%



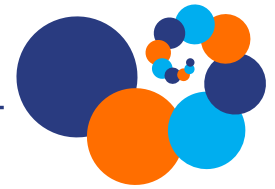
Storbritanien er inddelt i 650 valgkredse, og vinderen af hver valgkreds får valgkredsens mandat. Det kaldes *First Past The Post*. Det betyder at hvis du fx opnår 30% af stemmerne i en valgkreds, mens alle andre kandidater har færre stemmer, ja så vinder du valgkredsen. Er der derimod en enkelt anden kandidat der overhaler dig med fx 31% af stemmerne, så er alle dine stemmer spildt! Derfor er der ikke altid stor sammenhæng mellem andelen af stemmer og andelen af mandater.

Hvis vi fx anvendte Største brøks metode, så ville et partis andel af mandaterne stort set være lig deres andel af stemmerne.

Fortalerne for First Past The Post mener at det er vigtigt at den enkelte kandidat er valgt lokalt for at få lokal repræsentation i parlamentet.

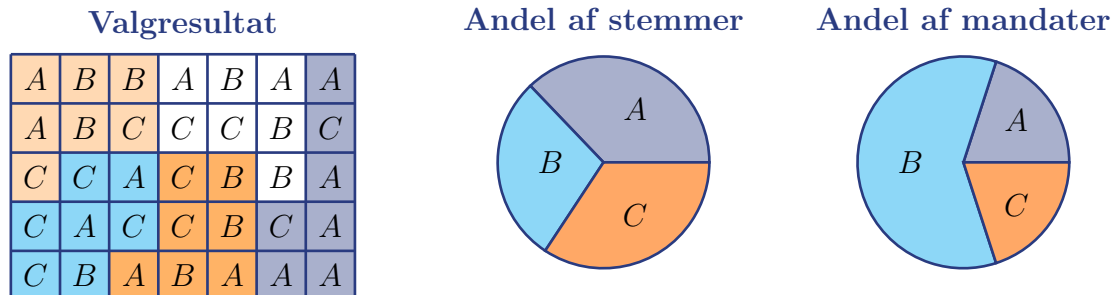
First Past The Post

I valgsystemet First Past The Post inddeles det land eller den stat hvor der er valg, i lige så mange kredse som der er pladser i den lovgivende forsamling. Den med flest stemmer i en kreds får kredsens plads i forsamlingen. Man kan altså sagtens få kredsens plads uden at have flertal hvilket næste eksempel viser.



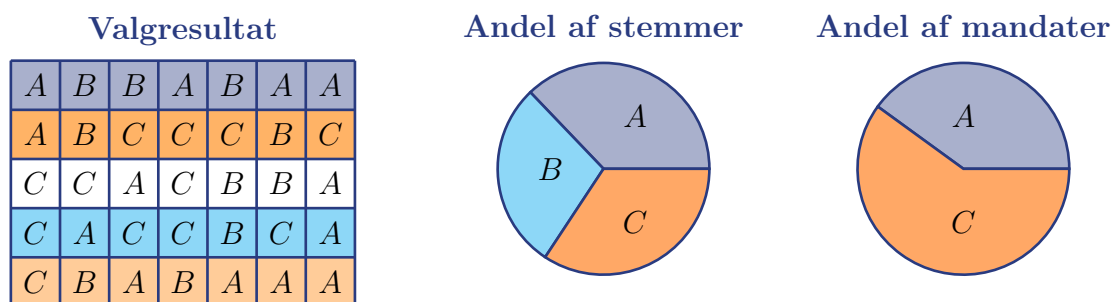
I skemaet nedenfor kan du se et land der er inddelt i fem kredse med syv personer i hver. Dette minieksempel skal illustrere hvad der er på spil i First Past The Post.

Ved et valg stiller partierne A , B og C op med en kandidat i hver af de fem kredse markeret med hver sin farve i skemaet.



Hvis vi tæller stemmerne, kan vi se at parti A har fået 13 stemmer, parti B har fået 10 stemmer, og parti C har fået 12 stemmer i hele landet. Alligevel har parti B fået 3 ud af 5 mandater fordi det er lykkedes dem at vinde i flest kredse, nemlig både den hvide og de to orange kredse.

Nu forestiller vi os at samme land inddeles i fem andre valgkredse, mens ingen stemmer ændres:



Nu får parti B slet ingen mandater, C får hele 3 mandater, mens A tager de sidste 2. Eksemplet viser med al tydelighed at inddelingen i kredse er meget afgørende for resultatet.

● Forklar hvordan resultatet af samme valg kan ende så forskelligt afhængigt af hvordan landet inddeles i valgkredse.

●● I et land er der fem pladser til en lovgivende forsamling. Landet skal opdeles i fem dele med syv personer i hver, og den person med flest stemmer i en kreds, vinder. Ved valget falder stemmerne til de tre partier A , B og C sådan ud:

A	B	B	A	A	A	B
B	A	A	B	B	C	C
B	A	A	B	B	C	B
A	C	C	C	A	B	B
C	B	A	B	A	C	C

Inddel valgkredsene så parti C får flest muligt mandater. Der skal være syv stemmer i hver valgkreds, og de skal være sammenhængende. Lav tilsvarende inddelinger hvor henholdsvis A og B får flest muligt mandater.

Når man fra politisk side ændrer inddelingen i valgkredse for at opnå flere mandater til sit eget part, kaldes det **Gerrymandering**.

●● Et land har 30 valgkredse med 100 personer der stemmer i hver kreds. Der er tre partier A , B og C der stiller op i hver kreds, og mandaterne uddeles ved First past the post. Hvor mange af de 3000 stemmer skal et parti mindst have for at få flertallet af mandaterne, dvs. for at få mindst 16 mandater?



Hvis du vil vide mere ...

... om First past the post, Gerrymandering og hvordan man kan ændre valg i kredse så det bliver mere retfærdigt, så se disse videoer, eller undersøg selv på nettet.

Udfordringer med First past the post Udfordringer med First past the post og Gerrymandering. *Link.* (Søg på "The Problems with First Past the Post Voting Explained" på YouTube)

Retfærdig inddeling af valgkredse? Hvordan inddeler man et område i valgkredse uden at tilgode se nogle partier? *Link.* (Søg på "Gerrymandering Explained" på YouTube)

Alternativer til First past the post Hvordan kan man modificere First past the post så det bliver mere retfærdigt? *Link.* (Søg på "The Alternative Vote Explained" på YouTube)

Mixed-Member Proportional Representation Hvordan kan man lave en kombination af First past the post og metoder som fx Største brøks metode hvor partier får nogenlunde samme andel af mandaterne som deres andel af stemmer? *Link.* (Søg på "Mixed-Member Proportional Representation Explained" på YouTube)

Vær opmærksom på at videoerne har en meget klar holdning som de vil overbevise dig om, så forhold dig kritisk!

Hvis du vil vide mere ...

... om hvordan vi fordeler mandater ved det danske folketingsvalg, så er Erik Vestergaards matematiksider et rigtig godt sted at gå hen. *Det danske valgsystem.*